Dyskretna transformata Fouriera

Jest to funkcja nazwijmy ją gdzie ciąg jest ciągiem próbek funkcji okresowej, na której będziemy dokonywać transformacji, a to ciąg harmoniczny określający udział częstotliwości składowej w próbkowanym fragmencie. Wzór, który opisuje tą transformatę:

Wzór może i wygląda przerażająco na pierwszy rzut oka, lecz to tylko pozory. Skupię się na drugiej wersji wzoru. Jest to porostu rozpisanie na wersja po lewej może i jest bardziej zwięzła, lecz moim zdanie dobrze maskuje ideę kryjącą się za tym wzorem. Dodatkowo, żeby łatwiej było zrozumieć sens tego wzoru popatrzmy na liczby zespolone jako na płaszczyznę . Zacznijmy więc od  z algebry wiemy, że moduł tego wyrażenia jest zawsze 1. Wiemy, że tych punktów jest N oraz to, że będą one leżały w równych odstępach na okręgu. Położenie tych punktów zależy również od zmiennej k, która decyduje o kącie między punktem n i n+1. Jest on dokładnie równy .

Wykres dla 0 ≤ n ≤ 7 i k = 1(po lewej) k = 2(po prawej)

Przemnażając te punkty przez wartość próbki zmieniamy jej odległość od punktu (0, 0). Zapominając na chwilę, że mamy do czynienia z próbkami a nie z całą funkcją to niejako „zawijamy” naszą funkcję wokół początku układu współrzędnych. A zmienna k determinuje jaka jej część przypada na jeden pełny obrót(2π). Dla k=1 cały badany odcinek na jedne pełen obrót, dla k=2 na dwa obroty itd. Spójrzmy na funkcję

Wykres funkcji

Następnie weźmy 8 próbek dla , a następnie przemnóżmy je przez punkty otrzymane z

*Pozycje punktów po przemnożeniu przez wartości próbek funkcji przez wraz z środkiem ciężkości (sumą po wszystkich punktach)*

Możemy dostrzec pewną anomalię, mianowicie środek ciężkości dla k=1 i k=2 jest daleki od początku układu współrzędnych, natomiast dla k=3 i k=4 jest on idealnie w punkcie (0, 0). Dominującym członem naszej funkcji jest , ma on okres równy 2π. Tyle samo co fragment funkcji przypadający na jedno „nawinięcie” przy k = 1. Cosinus przyjmuje wartości ujemne w II i III ćwiartce wykresu więc punkty tam się znajdujące po przemnożeniu przez wartość ujemną znalazły się po drugiej stronie osi y. Dzięki temu punkt ciężkości również się przesunął. Dla k=2 ten efekt zanika, ponieważ wszystkie punkty są podwójne odpowiednio n=1 i n=5 mają te same współrzędne (tak samo n=2 i n=6 itd.), a ponieważ , więc środek ciężkości powinien leżeć w punkcie (0, 0). Powodem tej drugiej anomalii jest człon ma on bowiem okres π, czyli znów tyle samo co fragment funkcji przypadający na jedno „nawinięcie” tym razem dla k=2. A więc znów wszystkie punkty przesunął bardziej na prawo. Ponieważ funkcja nie ma składowych o okresowości , lub dlatego odpowiednio środek ciężkości dla k=3 i k=4 jest w początku układu współrzędnych.

Reasumując cała idea transformaty Fouriera ta wyznaczanie właśnie tych środków ciężkości, które są zależne od okresów funkcji składowych. Każdy element ciągu reprezentują udział funkcji o okresie .